Approssimazioni risposta in frequenza

Approssimazioni della risposta in frequenza di un filtro

Assegnando nelle funzioni di trasferimento, elaborate per approssimare il comportamento dei filtri, particolari valori allo smorzamento ζ, alla frequenza naturale ω_o ed al coefficiente di risonanza Q, si ottiene un diverso andamento della risposta per ciascun tipo di filtro.

In tal modo si hanno le cosiddette approssimazioni della risposta in frequenza di un filtro.

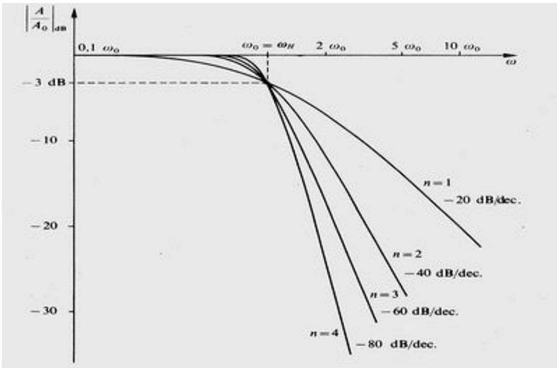
Le approssimazioni più diffuse e utilizzate sono le seguenti:

Approssimazione	Q	ζ
Butterworth	0,707	0,707
Bessel	0,577	0,866
Chebyschev (R= 0,5 dB)	0,863	0,579
Chebyschev (R= 2,0 dB)	1,15	0,433

Approssimazione BUTTERWORTH

L'approssimazione di Butterworth (ζ=Q=0,707)viene utilizzata quando si desidera una risposta piatta all'interno della banda passante.

La risposta in frequenza in modulo, per es. di un filtro passa-basso alla Butterworth presenta gli andamenti riportati in figura



All'interno della banda passante, la risposta dei filtri considerati, presenta un andamento piatto, il che significa che in tale intervallo di frequenza, il segnale d'uscita riproduce abbastanza fedelmente quello d'ingresso.

Tutte le curve si intersecano in un punto a cui corrisponde la pulsazione di taglio ω_o e un'attenuazione del modulo pari a 3 dB. In corrispondenza della pulsazione di taglio ω_o tutte le curve hanno una pendenza p=-20n dB/decade, dove n è l'ordine del filtro. I filtri del 1°ordine presentano, quindi, pendenza di –20dB/decade, quelli del 2° ordine di –40dB/decade, quelli del terzo ordine di -60dB/decade e così via.

Di conseguenza man mano che aumenta l'ordine del filtro aumenta la pendenza della relativa risposta in frequenza per cui essa diventa sempre più prossima alla curva ideale.

Tuttavia i filtri di Butterworth determinano una distorsione di fase, in quanto l'andamento dello sfasamento in banda passante non è lineare con la frequenza. Si nota infatti che lo sfasamento in ritardo del segnale d'uscita rispetto a quello d'ingresso aumenta al crescere della pulsazione, quindi ogni armonica subisce un differente ritardo nell'attraversare il filtro.

In corrispondenza della pulsazione di taglio ω_o il ritardo di fase è pari a:

$\varphi = n \cdot \omega/4$, dove n è l'ordine del filtro.

In tabella sono riportati i polinomi di Butterworth normalizzati, cioè riferiti alla pulsazione ω_o=1 rad/sec, che consentono di progettare filtri attivi alla Butterworth di qualsiasi ordine, rilevando dai polinomi i coefficienti 1/Q dei diversi filtri costituenti.

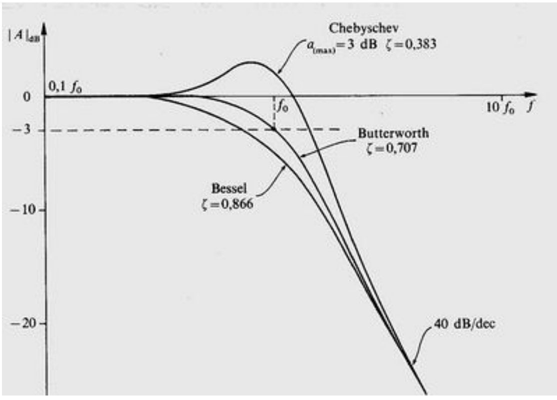
n	Polinomi di Butterworth
1	s+1
2	s^2+1,414s+1
3	(s+1)·(s^2 +s+1)
4	(s^2 +0,765s+1)·(s^2 +1,848s+1)
5	(s^2 +0,618s+1)·(s^2 +1,618s+1)·(s+1)
6	(s^2 +0,518s+1)·(s^2 +1,414s+1)·(s^2 +1,932s+1)
7	(s^2 +0,445s+1)·(s^2 +1,247s+1)·(s^2 +1,802s+1)·(s+1)

Approssimazione di Bessel (o di Thompson)

I filtri di Bessel (ζ =0,866; Q=0.577) presentano una risposta in frequenza con andamento piatto nella banda passante, ma rispetto a quelli di Butterworth, hanno a parità di ordine una minore pendenza della risposta in corrispondenza della frequenza di taglio f_o.

Il ritardo di fase del segnale d'uscita rispetto a quello d'ingresso è, invece, pressoché costante a qualunque frequenza della banda.

La risposta in frequenza in modulo dei filtri di Bessel è riportata in figura:



Approssimazione di Chebyschev

I filtri Chebyscev (ζ < 0,707), rispetto a quelli Butterworth, presentano nella banda passante una risposta non piatta, ma con ondulazioni (ripple), tutte contenute in 3 dB; la pendenza risulta, però, maggiore, a parità di ordine, in corrispondenza della frequenza di taglio f_o.

La fase ha un andamento non lineare con la frequenza.