Studio dei filtri

Studio dei filtri attivi

Lo studio di un filtro attivo si effettua calcolando la relativa funzione di trasferimento (f.d.t.), ossia il rapporto tra il segnale di uscita e il segnale d'ingresso trasformati secondo Laplace.

La f.d.t. di un filtro attivo è una funzione razionale fratta, cioè costituita dal rapporto tra due polinomi nella variabile complessa s o, in regime sinusoidale, nella variabile jω; in tale rapporto, affinché il sistema sia fisicamente realizzabile, il grado n del polinomio al denominatore è maggiore o uguale al grado m del polinomio al numeratore.

In pratica la f.d.t. di un filtro attivo assume la forma con m zeri ed n poli:

$$G(s) = \frac{V_u(s)}{V_i(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \ldots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0}$$

Il numero dei poli al denominatore definisce l'ordine del filtro. All'aumentare del numero dei poli il grado di approssimazione rispetto al filtro ideale migliora, ma aumenta la complessità circuitale del filtro ed il costo della sua realizzazione.

La tabella riporta le espressioni delle funzioni di trasferimento dei filtri di 1° e 2° ordine.

Ordine	Tipo	Funzione di trasferimento	
n=1	Passa- basso	$G(s) = \frac{V_u(s)}{V_i(s)} = \frac{A_0\omega_0}{s+\omega_0}$	
	Passa-alto	$G(s) = \frac{V_u(s)}{V_i(s)} = \frac{A_0 s}{s+\omega_0}$	ω_o = pulsazione di taglio a –3dB A_o = guadagno a centro banda ζ = coefficiente di smorzamento Q = coefficiente di qualità o di merito Q= 1/2ζ o ζ=1/2Q
n=2	Passa- basso	$G(s) = \frac{V_u(s)}{V_i(s)} = \frac{A_0\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$	
	Passa-alto	$G(s) = \frac{V_u(s)}{V_i(s)} = \frac{A_0 s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$	
	Passa-banda	$G(s) = \frac{V_u(s)}{V_i(s)} = \frac{A_0 s\frac{\omega_0}{Q}}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$	
	Escludi-banda	$G(s) = \frac{V_u(s)}{V_i(s)} = \frac{A_0(s^2+\omega_0^2)}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$	

Il guadagno A_o varia a seconda del tipo di filtro, cioè:

A_o = guadagno per $f \rightarrow 0$ per il filtro passa-basso

A_o = guadagno per $f \rightarrow \infty$ per il filtro passa-alto

A_o = guadagno a centro banda per il filtro passa-banda

A_o = guadagno per $(0 \text{ ¸ } f_i) < f < (f_s \text{ ¸ } \infty)$ per il filtro escludi-banda

Il fattore di smorzamento ζ può assumere valori diversi a seconda dell'approssimazione considerata:

- ζ = 0,707 per un'approssimazione di Butterworth;
- ζ > 0,707 e cioè ζ =0,866 per un'approssimazione Bessel;
- ζ < 0,707 e cioè ζ =0,579 per un'approssimazione Chebyschev con Ripple = 0,5 dB, 0,433 per Ripple =2dB e ζ =0,383 per Ripple = 3dB.

Solo per i filtri alla Butterworth il valore della pulsazione naturale (ω_0) coincide con quello della pulsazione di taglio (ω_T) ; negli altri casi $\omega_0 = \omega_T \bullet f_C$ per i filtri passo-basso ed $\omega_0 = \omega_T / f_C$ per i filtri passa-alto, dove f_C è il coefficiente di conversione riportato nelle tabelle.